

Rechnen für den Funkamateureur



Deutscher Amateur-Radio-Club e.V.
Bundesverband für Amateurfunk in Deutschland

Michael Funke – DL4EAX
Nach einer Idee von
[Emil Obermayr – DD3AH](#)





Warum am Anfang?

Warum am Anfang?

Es ist sicherlich ein valides Argument, dass Mathematik direkt am Anfang abschreckt.

Es schreckt aber genau so ab wenn man dem Unterricht nicht mehr folgen kann weil man nicht weiß was denn plötzlich $2 \times 10^{-3} \Omega$ sind und wie der Taschenrechner zu bedienen ist.

Tipp: **Einfach mal entspannt zuhören.** Wenn was nicht sofort verstanden wird ist das nicht so schlimm, denn wir bekommen im Laufe des Kurses noch genug Möglichkeit das zu wiederholen.

Fragenkatalog

Zu Kapitel 1.1.1 „Allgemeine mathematische Grundkenntnisse“ gibt es keine Fragen, aber es gibt folgenden Hinweis:

Der hierzu erforderliche Prüfungsstoff ist in den Abschnitten 1.1.2 bis 1.12 enthalten.

Zu Kapitel 1.1.2 „Größen und Einheiten“ gibt es 25 Fragen. Da der Inhalt der Fragen ebenfalls über den gesamten Fragenkatalog verteilt ist, habe ich auf die Erstellung eines separaten Kapitels dazu verzichtet.

Üben kann man die 25 Fragen hier:

<https://afutest.ewers.net/tests/DL4EAX/834/>



Grundrechenarten

Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division

Addition und Subtraktion

Das Ergebnis der Addition ist die *Summe*.

Beispiel: $8 + 4 = 12$

Das Ergebnis der Subtraktion wird *Differenz* genannt.

Beispiel: $12 - 7 = 5$

Multiplikation

Das Ergebnis wird *Produkt* genannt.

Die Multiplikation ist im Prinzip eine Vereinfachung der Addition.

Statt $2 + 2 + 2 + 2 = 8$ können wir einfacher $4 \times 2 = 8$ schreiben.

Die Multiplikation wird manchmal als $*$ und manchmal auch als \times geschrieben und auch gern mal als \bullet .

Wenn es keine Verwechslungsmöglichkeit gibt, wird das Zeichen auch mal ganz weggelassen.

Division

Das Ergebnis der Division kann verschieden dargestellt werden.

Als Zahl: $8 : 2 = 4$

Als Bruch: $8 : 2 = \frac{8}{2} = \frac{4}{1}$

So kommen wir dann auch in den Bereich zwischen 1 und 0, also „rechts vom Komma“:

Als Zahl: $2 : 8 = 0,25$

Als Bruch: $2 : 8 = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

Nicht alle Zahlen lassen sich auch exakt darstellen. Das einfachste Beispiel ist $\frac{1}{3} = 0,\bar{3} \approx 0,333$.



Rechenregeln

Punkt vor Klammer

Punkt vor Strich Regelung

Die wichtigste Rechenregel ist, dass Multiplikationen und Divisionen **vor** Addition und Subtraktion ausgeführt werden müssen.

Beispiel:

$$7 + 5 \times 3 = 7 + 15 = 22$$

Ändern kann man das, indem man z.B. die Addition in Klammern setzt:

$$(7 + 5) \times 3 = 12 \times 3 = 36$$



Prozentrechnung

Wie viel ist 1 % ?

Damit man sich Brüche kleiner eins besser vorstellen kann, gibt es verschiedene Schreibweisen.

Am bekanntesten ist das Prozent. Der Begriff kommt aus dem lateinischen. Cent = 100 und pro Cent = $\frac{1}{100}$

Im allgemeinen Sprachgebrauch nutzen wir spätestens seit der Einführung des € das Wort Cent als 1/100´tel. Das ist nicht korrekt, also bitte nicht verwechseln.

$$\frac{1}{4} = 0,25 = 25\%$$

Man kann also einfach 0, weglassen und ein % Zeichen dahinter machen.

Wie viel ist 1 ‰ und 1 PPM ?

Das gleiche ist bei kleineren Werten auch mit einem 1000´stel üblich, was man dann Promille ("pro tausend") nennt und als ‰ schreibt:

$$0,025 = 2,5 \% = 25 ‰$$

Bei noch viel kleineren Zahlen auch mit Millionen´stel als "parts per million" (PPM) bekannt.



Wissenschaftliche Schreibweise mittels Zehnerpotenzen

Zehnerpotenzen

Nimmt man eine **Basis** von 10, beschreibt der **Exponent** die Anzahl der Nullen bzw. um wie viele Stellen das Komma nach links verschoben wird.

Beispiele:

$$10^5 = 100.000$$

$$10^{-5} = 0,00001$$

The diagram shows the expression 10^5 where the '1' is highlighted in a yellow box and labeled 'Basis' in blue text below it, and the '5' is labeled 'Exponent' in pink text above it.

Das könnte man auch $1 \cdot 10^5$ schreiben. Da die 1 aber den Wert nicht ändert, wird sie weggelassen.

Zehnerpotenzen

Durch den Vorsatz einer andern Zahl als 1 lässt sich der Rest der Zahl (also nicht die Nullen bzw. Kommastellen) verändern.

Beispiele:

$$4 \cdot 10^5 = 400.000$$

$$4 \cdot 10^{-5} = 0,00004$$

$$4,7 \cdot 10^5 = 470.000$$

$$4,7 \cdot 10^{-5} = 0,000047$$



SI-Präfixe

SI (französisch **S**ystème **I**nternational d'unités)
(deutsch Internationales Einheitensystem)

Präfix steht für Vorsatz

nF, pF, nA, pA, nV, pV

Was sind SI-Präfixe?

Wir sind es gewohnt Nullen mittel Dezimalpunkten in Dreiergruppen einzusortieren.

So wird aus 1000000 Ω dann 1.000.000 Ω .

Das Ersetzen dieser Dreiergruppen durch Buchstaben ist die Benutzung von SI-Präfixen.

So wird aus 1.000.000 Ω die Schreibweise 1 M Ω .

Gebräuchliche SI-Präfixe

Die in der Elektrotechnik üblichen SI- Präfixe sind rot umrandet.

T	Tera	gr. <i>téras</i> = Ungeheuer / gr. <i>tetrákis</i> = viermal	10^{12}	1.000.000.000.000	Billion
G	Giga	gr. <i>gígas</i> = Riese	10^9	1.000.000.000	Milliarde
M	Mega	gr. <i>méga</i> = groß	10^6	1.000.000	Million
k	Kilo	gr. <i>chílioi</i> = tausend	10^3	1.000	Tausend
h	Hekto	gr. <i>hekatón</i> = hundert	10^2	100	Hundert
da	Deka	gr. <i>déka</i> = zehn	10^1	10	Zehn
—	—	—	10^0	1	Eins
d	Dezi	lat. <i>decimus</i> = Zehnter	10^{-1}	0,1	Zehntel
c	Zenti	lat. <i>centum</i> = hundert	10^{-2}	0,01	Hundertstel
m	Milli	lat. <i>mille</i> = tausend	10^{-3}	0,001	Tausendstel
μ	Mikro	gr. <i>mikrós</i> = klein	10^{-6}	0,000.001	Millionstel
n	Nano	gr. <i>nános</i> = Zwerg	10^{-9}	0,000.000.001	Milliardstel
p	Piko	span. <i>pico</i> = Spitze / ital. <i>piccolo</i> = klein	10^{-12}	0,000.000.000.001	Billionstel

Bildquelle: https://de.wikipedia.org/wiki/Vorsätze_für_Maßeinheiten

Nutzung von SI-Präfixen

Angenommen wir erhalten folgendes Ergebnis bei einer Rechenaufgabe: $4,7 \cdot 10^5 \Omega$, also 470.000 Ω .

Damit wir es mit einem SI-Präfix versehen können, müssen wir auf 10^3 kommen. Dazu verschieben wir das Komma zwei Stellen nach rechts und erhalten $470 \cdot 10^3 \Omega$.

Jetzt ersetzen wir die 10^3 durch k und erhalten die Schreibweise 470 k Ω .

10^6 wäre ungünstig weil wir dann auf $0,47 \cdot 10^6 \Omega = 0,47 \text{ M}\Omega$ kämen.

Tipp: Mit der ENG Taste am Taschenrechner bekommen wir automatisch die nächste „bequeme“ Zehnerpotenz angezeigt.

Nutzung von SI-Präfixen

Angenommen wir erhalten folgendes Ergebnis bei einer Rechenaufgabe: $4,7 \cdot 10^{-5}$ F also 0,000047 F.

Damit wir es mit einem SI-Präfix versehen können, müssen wir auf 10^{-6} kommen. Dazu verschieben wir das Komma eine Stelle nach links und erhalten $47 \cdot 10^{-6}$ F.

Jetzt ersetzen wir die 10^{-6} durch μ und erhalten die Schreibweise 47 μ F.

10^{-3} wäre ungünstig weil wir dann auf $0,047 \cdot 10^{-3}$ F = 0,047 mF kämen.

Tipp: Mit der ENG Taste am Taschenrechner bekommen wir automatisch die nächste „bequeme“ Zehnerpotenz angezeigt.



Zehnerpotenzen und SI-Präfixe

Beispiel für den Casio FX-82 DE Plus

Greifen wir etwas vor und schauen uns die Formel

$$U = R \cdot I$$

an.

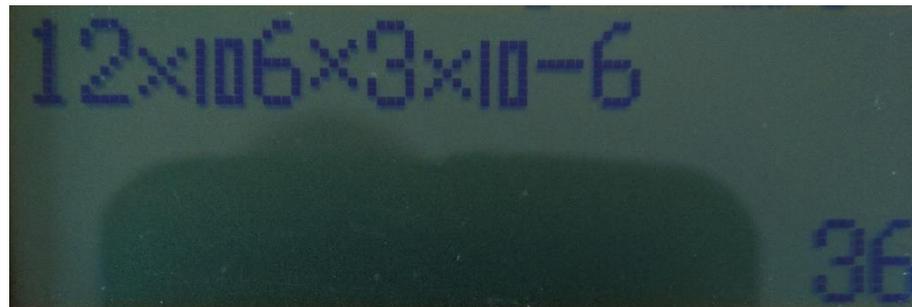
R sei $12.000.000\Omega \triangleq 12M\Omega$ (\triangleq bedeutet "entspricht")

I sei $0,000003A \triangleq 3\mu A$

Nun möchten wir nicht so viele Nullen eintippen bzw. direkt "12MΩ" und "3μA" eingeben.

Beispiel für den Casio FX-82 DE Plus

$$12 \cdot 10^6 \cdot 3 \cdot 10^{-6}$$





Umstellung von Formeln

Äquivalente Umformung

Sie heißt äquivalent, also „gleichartig“, weil sich zwar die Schreibweise der Formel ändert, aber nicht ihre Aussage.

Äquivalent sind Umformungen genau dann, wenn man auf der rechten und der linken Seite vom Gleichheitszeichen genau das gleiche macht. Das was man macht, schreibt man rechts neben die Formel hinter einen $|$.

Äquivalente Umformung

Beispiel: Wir möchten mit dem Ohmschen Gesetz R berechnen

- $U = R \cdot I \quad | : I$
- $\frac{U}{I} = \frac{R \cdot I}{I} \quad \rightarrow \text{Kürzen}$
- $\frac{U}{I} = \frac{R \cdot \cancel{I}}{\cancel{I}} \quad \rightarrow \text{Umdrehen}$
- $R = \frac{U}{I}$

Gut zu wissen:

Rechnet man z.B. $:I$, dann schreibt man das I unter den Bruchstrich.

Rechnet man z.B. $\cdot I$, dann schreibt man das I auf den Bruchstrich.



Potenzschreibweise

Potenzschreibweise

Bis hier ließen sich die Rechenoperationen durch alltägliche Dinge beschreiben. Kommen wir nun zu Schreibweisen die uns bei der Darstellung von sehr großen und kleinen Zahlen in der Elektrotechnik helfen.

Betrachten wir eine Verstärkerstufe die das Signal um den Faktor 8 verstärkt. Weil uns das nicht reicht, schalten wir zum Beispiel 3 davon hintereinander.

Wir erhalten damit eine Gesamtverstärkung von $8 \cdot 8 \cdot 8 = 512$.

Das kommt uns bekannt vor. Durch die Zusammenfassung gleichartiger Additionen sind wir von der Addition zur Multiplikation gekommen. Die Zusammenfassung der Multiplikation nennt man Potenzierung. Um auszudrücken, dass wir 3 Mal mit 8 Multiplizieren wollen, schreiben wir das mit Hilfe einer Hochzahl so: 8^3 .

Die 8 nennt man die Basis und die 3 den Exponenten.

Wurzel

Um zu berechnen wie wir mit 3 Verstärkerstufen auf eine Gesamtverstärkung von 512 kommen, berechnen wir die 3. Wurzel aus 512.

Wir erinnern uns: $8 \cdot 8 \cdot 8 = 8^3 = 512$

Umkehrung über den Exponenten: $\sqrt[3]{512} = 8$

In der Funktechnik werden wir häufig die 2. Wurzel brauchen. Weil sie die Umkehrung von "hoch 2" ist, also der Quadrierung, nennt man sie auch Quadratwurzel.

Wenn einfach nur von "Wurzel aus" gesprochen wird, ist die Quadratwurzel gemeint. Entsprechend wird die 2 im Wurzelzeichen weggelassen.

$$\sqrt[2]{9} = \sqrt{9} = 3$$



Logarithmus

Was ist ein Logarithmus?

Der Logarithmus ist die Umkehrung der Potenzfunktion.

Bleiben wir bei dem Beispiel mit der Verstärkerstufe.

Um zu berechnen wie viele Verstärkerstufen mit Verstärkung 8 wir brauchen um eine Verstärkung von 512 zu erhalten, berechnen wir den Logarithmus zur Basis 8 von 512 und erhalten 3.

Aus der Basis der Potenz wird also die Basis des Logarithmus:

$$8^3 = 512$$

$$\log_8(512) = 3$$

Der dekadische Logarithmus

Der dekadische Logarithmus hat immer die Basis 10.

Er wird auch Zehnerlogarithmus (mathematisch lg, am Taschenrechner log) genannt.

Anschaulich gesagt berechnet man damit, wie viele Stellen eine Zahl hat. Mit Hilfe des dekadischen Logarithmus erhalten wir also die Größenordnung einer Zahl:

$\log_{10}(470.000) \approx 5,67$ Die Zahl braucht also aufgerundet 6 Stellen.

Abzüglich der einen, die ich vor das Komma schreibe, kann ich also auch $4,7 \cdot 10^5$ schreiben. Der Logarithmus kürzt mir also das schrittweise Verschieben vom Komma.

Der dekadische Logarithmus

In der Messtechnik wird der dekadische Logarithmus benutzt um das Bel zu definieren. Ein Bel ist der dekadische Logarithmus vom Verhältnis zweier Leistungen.

Ist also eine Leistung 5,67 Bel größer als die Andere, entspricht das einem Faktor von 470.000.

Er ist eine eigentlich dimensionslose Größe, die aber zu Ehren des Erfinders des Telefons, Alexander Graham Bell, mit Bel bezeichnet wird.

$$g = \lg \frac{P_2}{P_1} \text{ in B}$$



Rechnen mit Dezibel (dB)

Was ist denn jetzt mit dem dB?

Um besser handhabbare Zahlen zu bekommen, wird nicht in B (Bel), sondern in dB (Dezi-Bel, dezi = ein zehntel) gerechnet.

1 dB = 0,1 Bel

$$g = 10 \cdot \lg \frac{P_2}{P_1} \text{ in dB}$$

g steht für *gain* (Gewinn),
es wird auch *a* für *attenuation* (Dämpfung) genutzt.

Und wie ist das bei Spannungen?

Das dB ist das Verhältnis zweier Leistungen zueinander (P1 und P2). Jede Leistung lässt sich bei bekanntem Widerstand durch eine Spannung ausdrücken.

$$P = \frac{U^2}{R} \quad \text{setzen wir in} \quad g = 10 \cdot \lg \frac{P_2}{P_1}$$

ein und erhalten nach einer umfangreichen Umformung

$$g = 20 \cdot \lg \frac{U_2}{U_1}$$

Die Formeln im Überblick

Leistungsverhältnis:

$$g = 10 \cdot \lg \frac{P_2}{P_1} \text{ in dB}$$

Spannungsverhältnis:

$$g = 20 \cdot \lg \frac{U_2}{U_1} \text{ in dB}$$

Mehr Theorie zu dem Thema:

https://cdn.rohde-schwarz.com/pws/dl_downloads/dl_application/application_notes/1ma98/1MA98_10d_dB_or_not_dB.pdf

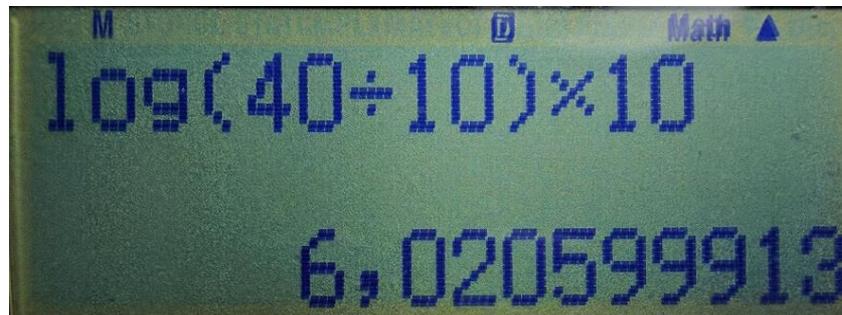
Eingabe in den Taschenrechner

Leistungsverhältnis:

$$g = 10 \cdot \lg \frac{P_2}{P_1} \text{ in dB}$$

P2 = 40 Watt

P1 = 10 Watt



Anders ausgedrückt

Alle **3 dB** gibt es eine **Verdopplung** der Leistung.

Alle **6 dB** gibt es eine **Verdopplung** der Spannung.

Aus der Formelsammlung:

<i>Pegel</i>	<i>Leistungs- verhältnis</i>	<i>Spannungs- verhältnis</i>
-20 dB	0,01	0,1
-10 dB	0,1	0,32
-6 dB	0,25	0,5
-3 dB	0,5	0,71
-1 dB	0,8	0,89
0 dB	1	1
1 dB	1,26	1,12
3 dB	2	1,41
6 dB	4	2
10 dB	10	3,16
20 dB	100	10

Warum wird das so gemacht?

Der große Vorteil der Logarithmen und dem Rechnen mit dB:

Neben der Veranschaulichung der Größenordnung einer Zahl vereinfacht er auch das Rechnen. Aus dem Multiplizieren der Verstärkungen wird das Addieren der Dezibel-Werte.

Man kann so einfacher Berechnungen wie diese anstellen:

Eine Sender hat 3 Watt Ausgangsleistung, danach folgt eine Endstufe mit 10dB Gewinn, dann ein Stecker mit 0,1dB Verlust, dann ein Kabel mit 2dB Verlust und dann eine Antenne mit 16dB Gewinn.

$$10\text{dB} - 0,1\text{dB} - 2\text{ dB} + 16\text{ dB} = 23,9\text{dB}$$

Die 3 Watt werden also um 23,9dB verstärkt.



Leistungspegel

Leistungspegel

Leistungspegel geben Leistungen in logarithmischer Form an, um sowohl sehr große als auch sehr kleine Leistungsangaben einfach handhaben zu können. Der Leistungspegel ist ein absoluter Wert, also kein Verhältnis wie dB.

Typischerweise nimmt er auf 1 Milliwatt Bezug (Dezibel Milliwatt: dBm). Selten wird auch Bezug auf 1 Watt genommen (Dezibel Watt: dBW).

Ein Wert in dBm gibt also an, um wie viel dB man 1 mW verstärken müsste um den Pegel zu erhalten.

Gängige Werte:

0 dBm entspricht 1 mW	0 dBW entspricht 1 W
3 dBm entspricht 2 mW	3 dBW entspricht 2 W
10 dBm entspricht 10 mW	10 dBW entspricht 10 W
20 dBm entspricht 100 mW	20 dBW entspricht 100 W

Initiales Autorenteam:

Michael Funke - DL4EAX

Emil Obermayr - DD3AH

Änderungen durch:

Sebastian Hey - DM2HEY

Sie dürfen:

Teilen: Das Material in jedwedem Format oder Medium vervielfältigen und weiterverbreiten.

Bearbeiten: Das Material verändern und darauf aufbauen.

Unter folgenden Bedingungen:

Namensnennung: Sie müssen angemessene Urheber- und Rechteangaben machen, einen Link zur Lizenz beifügen und angeben, ob Änderungen vorgenommen wurden. Diese Angaben dürfen in jeder angemessenen Art und Weise gemacht werden, allerdings nicht so, dass der Eindruck entsteht, der Lizenzgeber unterstütze gerade Sie oder Ihre Nutzung besonders.

Nicht kommerziell: Sie dürfen das Material nicht für kommerzielle Zwecke nutzen.

Weitergabe unter gleichen Bedingungen: Wenn Sie das Material verändern oder anderweitig direkt darauf aufbauen, dürfen Sie Ihre Beiträge nur unter derselben Lizenz wie das Original verbreiten.

Der Lizenzgeber kann diese Freiheiten nicht widerrufen solange Sie sich an die Lizenzbedingungen halten.

Details: <https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/de/>

